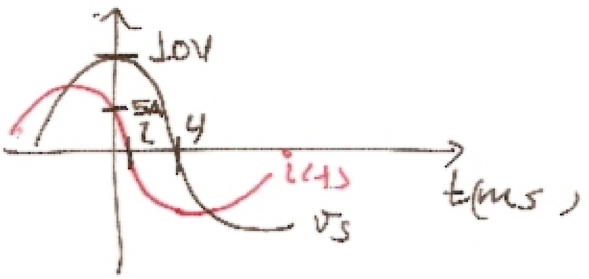
Prepa 3 Introducción a la Ingeniería Eléctrica

Problema 1

El circuito de la figura está en régimen estacionario sinusoidal, se conocen las formas de onda de tensión e intensidad de corriente

Determine:

- El valor de R y C
- Valor efectivo de la corriente



Solución

En la figura se observa que la señal de tensión tiene un pico de 10V cuando t=0ms, lo que indica que la fase inicial de la tensión es de 0°.

A partir de la forma de onda de la señal de tensión se observa que el primer cruce por cero ocurre cuando t=4ms lo que implica que T=16ms.

La expresión en el tiempo de la tensión es

$$v_s(t) = 10\cos(\omega t) \quad \langle V \rangle$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 125\pi \ \text{rad/s}$$

Para hallar la función temporal para la corriente, primero determinamos el destasaje con respecto a la tensión.

Entre el cruce por cero de la tensión y el de la corriente tenemos un $\Delta t = 2ms$, luego el desfasaje será

$$\phi = \Delta t\,\omega = \pi/4$$

Ahora a partir del cruce por cero de la corriente hallamos el valor eficaz

$$i(t=0) = 5 = \sqrt{2}\,I \cos(\omega t(0) + \pi/4)$$

$$\Rightarrow I = 5\underline{A}$$

Ahora para determinar los parámetros del sistema utilizamos Fasores

$$\overset{\circ}{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \underbrace{R - j\frac{1}{\omega C}}$$

A partir de la topología del circuito

$$\bar{V} = \underbrace{\frac{10V}{\sqrt{2}}}_{\text{Valor efectivo de la tensión}} \angle 0^\circ \qquad \bar{I} = \underbrace{5A}_{\text{Valor efectivo de la corriente}} \angle 45^\circ$$

(3)

$$\dot{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{\frac{10}{\sqrt{2}}\angle 0°}{5A\angle 45°} = \frac{2}{\sqrt{2}}\,\Omega \angle -45° = \frac{2}{\sqrt{2}}(\cos 45° - j\,\mathrm{sen}\,45°)$$

$$= 1 - j \ \langle \Omega \rangle$$

La resistencia es directamente la parte real de $\dot{Z}$

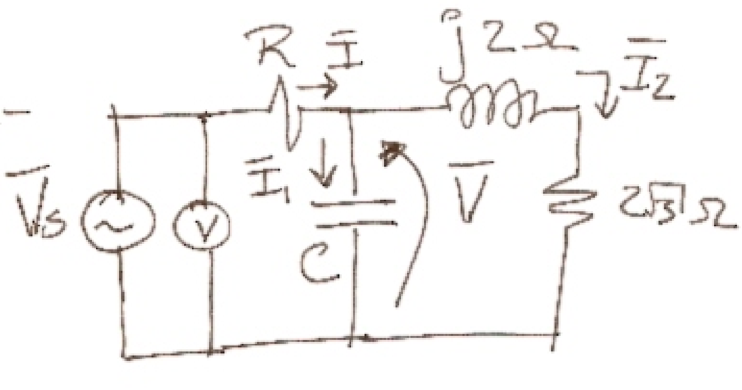
$$\boxed{R = 1\,\Omega}$$

Para la capacitancia tenemos:

$$\frac{1}{\omega C} = 1\,\Omega \Rightarrow C = 2{,}5465\,mF$$

Problema 2

El circuito de la figura se encuentra en RPS. La frecuencia angular es de $1000\ rad\,s^{-1}$. Se sabe que $\bar{I} = 5A\angle 45°$. Tomando como referencia angular $\bar{V}$. Hallar



- Intensidades $\bar{I}_1$ e $\bar{I}_2$ (Dibujar el diagrama fasorial)
- La Capacitancia C
- El valor de R sabiendo que: voltímetro marca 20V

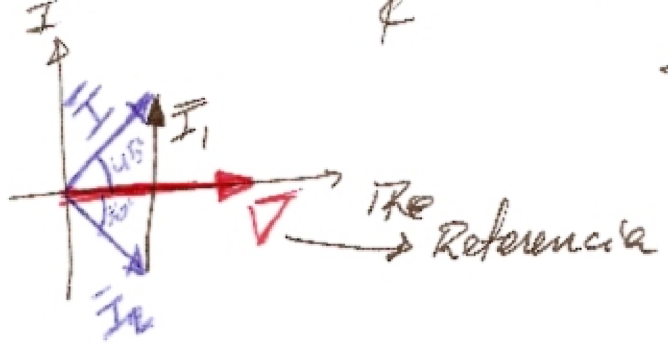
Solución

Como se conocen las impedancias del indoctor y de la resistencia se puede hallar la impedancia equivalente de esa rama

$$\dot{Z}_1 = 2\sqrt{3} + j2 \ \langle \Omega \rangle = 4\Omega \angle 30°$$

La corriente $\bar{I}_2$ atrasa a la tensión $\bar{V}$, dado que $\dot{Z}_1$ es indoctiva, dado $\bar{V}$ es la referencia angolar, sabemos que el ángulo de la corriente $\bar{I}_2$ es $-30°$ dado que este tiene que ser el $-\arg(\dot{Z}_1)$

Con esta información dibujamos el diagrama fasorial para las corrientes



Dado que la corriente $\bar{I}_1$ es puramente capacitiva tiene que adelantar 90° a $\bar{V}$

Ahora planteamos la ley de Kirchoff para las corrientes

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

$$5A \angle 45° = I_1 \angle 90° + I_2 \angle -30°$$

$$5\left(\underbrace{\cos 45^\circ}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} + j\,\underbrace{\text{sen}\, 45^\circ}_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right) = j\,I_1 + I_2\left(\underbrace{\cos 30^\circ}_{\sqrt{3}/2} - j\,\underbrace{\text{sen}\, 30^\circ}_{1/2}\right)$$

Igualamos parte real con parte real y parte imaginaria con parte imaginaria

$$5\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_2 \quad (1)$$

$$5\frac{\sqrt{2}}{2} = I_1 + \frac{I_2}{2} \quad (2)$$

De (1)

$$I_2 = 5\sqrt{\frac{2}{3}}\,A = 4{,}0825\,A.$$

De (2)

$$I_1 = 5\frac{\sqrt{2}}{2}\,A + 5\sqrt{\frac{2}{3}}\,A = 5{,}5768\,A.$$

$$\bar{I}_1 = 5{,}5768\,A \angle 90^\circ$$

$$\bar{I}_2 = 4{,}0825\,A \angle -30^\circ$$

A partir de $\bar{I}_2$ y $\dot{Z}_1$ podemos hallar $\bar{V}$

$$\bar{V} = \bar{I}_2\,\dot{Z} = 16{,}33\,V \angle 0^\circ$$

⑥

Conociendo $\bar{V}$ $\bar{I}$, tenemos C

$$\tilde{Z}_C = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{16,33\,V \angle 0^\circ}{5,5768\,A \angle 90^\circ} = 2,9282\,\Omega \angle -90^\circ$$

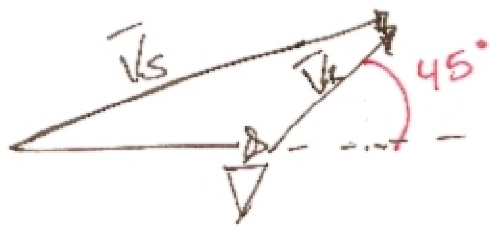
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{(1000\frac{rad}{s})(2,9282\,\Omega)} = 0,3415\,mF$$

cambiar a μF

Para hallar el valor de R

- Se conoce $\bar{V}$ en módulo y ángulo
- La caída de tensión en la resistencia está en fase con $\bar{I}$, por tanto se conoce este argumento.
- La medida del voltímetro es el módulo de la tensión de la fuente

Con estos datos y a partir de la ley de Kirchoff de tensiones dibujamos el diagrama fasorial



$\bar{V} = 16,33\,V \angle 0^\circ$

$\bar{V}_R = V_R \angle 45^\circ$

$\bar{V}_S = 20 \angle \theta$

$$\bar{V}_S = \bar{V} + \bar{V}$$

$$20\angle\theta = 16{,}33\angle 0 + V_R\angle 45^\circ$$

$$20\cos\theta = 16{,}33 + V_R\cos 45^\circ$$

$$20\,\text{sen}\,\theta = V_R\,\text{sen}\,45$$

Elevamos al cuadrado ambas ecuaciones y las sumamos

$$(20)^2\underbrace{(\cos\theta^2 + \text{sen}\,\theta^2)}_{1} = (16{,}33 + V_R\underbrace{\cos 45^\circ}_{\sqrt{2}/2})^2 + V_R^2\,\text{sen}^2 45$$

$$400 = (16{,}33)^2 + 2(16{,}33)V_R\frac{\sqrt{2}}{2} + V_R^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 V_R^2$$

$$400 = 266{,}6689 + 23{,}0941\,V_R + \frac{1}{2}V_R^2 + \frac{1}{2}V_R^2$$

$$V_R^2 + 23{,}0941\,V_R - 133{,}334 = 0 \Rightarrow V_R = \begin{cases} -27{,}8769\text{V} \\ 4{,}7828\text{V} \end{cases}$$

V_R = Módulo de la caída de tensión en R $\Rightarrow$ tiene que ser un número mayor que 0

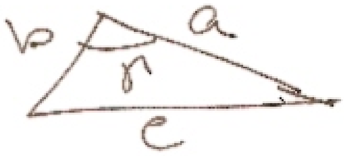
$$\boxed{V_R = 4{,}7828\text{ V}} \Rightarrow \bar{V}_R = 4{,}7828\text{V}\angle 45^\circ$$

$$\bar{V}_R = \bar{I}R \Rightarrow R = \frac{V_R}{I} = 0{,}9566\,\Omega$$

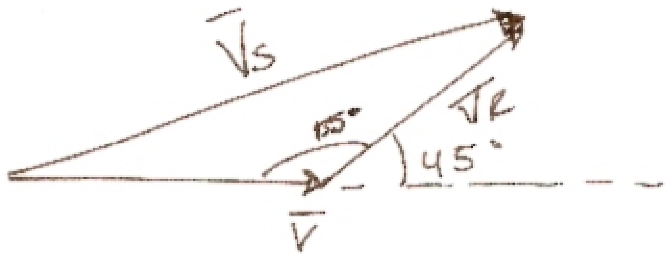
Para hallar R también se podía utilizar el teorema del coseno

Recordando

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$



si lo aplicamos al diagrama fasorial que planteamos para las tensiones



$$V_s^2 = V^2 + V_R^2 - 2VV_R\cos 135°$$

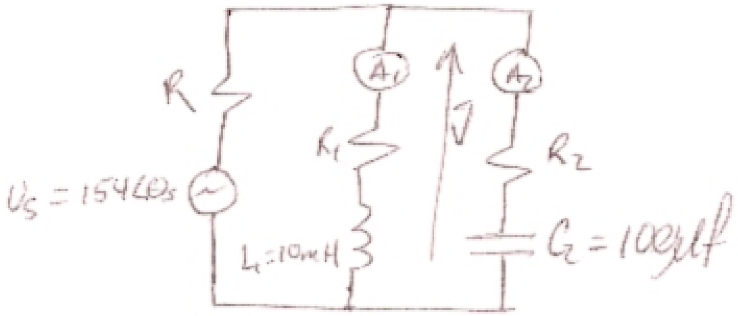
$$V_R^2 + 23{,}0941\,V_R - 133{,}3311 = 0$$

Problema 3

El circuito de la figura se encuentra en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia de 159,1549 Hz. Se conocen las lecturas de los amperímetros

$$A_1 = 10\,A \qquad A_2 = 6\,A$$

También se sabe que la impedancia de la rama 1 tiene un argumento de 45°. Tomando como origen de fases la tensión V. Determinar el valor de R_1, R_2, R y θ_s



Solución

La impedancia de la rama 1 es

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}\ \angle \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R_1}\right)$$

$$\omega = 2\pi f = 1000\ rad/s$$

como se conoce el argumento de la impedancia de esta rama, se puede hallar el valor de R_1

$$45° = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R_1}\right) \Rightarrow R_1 = \frac{\omega L}{\tan\frac{\pi}{4}} = 10\,\Omega$$

Dado que la tensión $\bar{V}$ es la referencia angular, la corriente de la rama 1 esta atrasando en $-\pi/4$ a la tensión, dada la característica inductiva de la impedancia

$$\bar{I}_1 = 10A \angle -45°$$
$$\bar{V} = \bar{I}_1 Z_1 = 141,4214V \angle 0$$

A partir de la medida del amperímetro 2 se conoce el módulo de la corriente de esta rama. Junto con la tensión se puede hallar el módulo de la impedancia

$$|Z_2| = \frac{141,4214V}{6A} = 23,5702\Omega$$

$$|Z_2| = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} \Rightarrow R_2 = 21,3437\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C_2} = 10\Omega$$

El ángulo de la corriente $\bar{I}_2$ se halla a partir de la impedancia de la rama

$$\bar{I}_2 = 6A \angle \varphi_2 \qquad \varphi_2 = \tan^{-1}\frac{X_C}{R_2} = 6,2753°$$

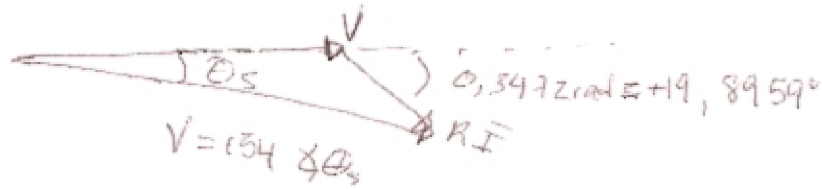
La corriente por la fuente se halla a partir de la ley de Kirchoff de corriente

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$
$$\bar{I} = 13,298A \angle -19,8931°$$

La ecuación de malla (en la fuente) es:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{V} = R\bar{I} + \bar{V} \qquad (*)$$

El diagrama fasorial es



Separando en parte real y parte imaginaria la ecuación *

$$154(\cos\theta_s + j\,\text{sen}\,\theta_s) = R\,13{,}298(\cos 0{,}3472 - j\,\text{sen}\,0{,}3472) + 141{,}4214$$

Parte Real

$$154\cos\theta_s = R\,13{,}298\cos 0{,}3472 + 141{,}4214$$

Parte imaginaria

$$154\,\text{sen}\,\theta_s = -13{,}298\,R\,\text{sen}\,0{,}3472$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumandolas

$$(154)^2\underbrace{(\cos^2\theta_s + \text{sen}^2\theta_s)}_{1} = (12{,}5045\,R + 141{,}4214)^2 + (4{,}5249)^2 R^2$$

$$23716 = 156{,}3625\,R^2 + 3{,}5368\times10^3\,R + 2\times10^4 + 20{,}4747\,R^2$$

$$176{,}8372\,R^2 + 3{,}5368\times10^3 - 3716 = 0$$

$R \begin{cases} \to -21,0009\,\Omega \\ \to 1,0006\,\Omega \end{cases} \Rightarrow R = 1,0006\,\Omega$

$\theta_s = -0,0294 = -1,684°$

Problema 4

El circuito se encuentra en régimen estacionario sinusoidal. Los amperímetros indican las siguientes mediciones

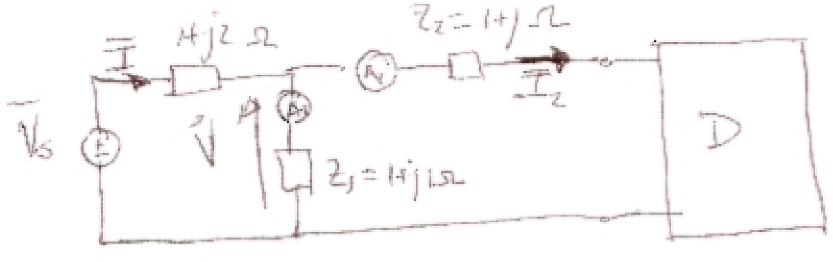
$A_1 = 5\ A \qquad A_2 = 3A$

El dipolo es de caracter resistivo y se desea conocer:

a) El valor de la resistencia equivalente del dipolo D

b) El diagrama fasorial del sistema. (Tomar I_2 como referencia)

c) Valor de la intensidad $\bar{I}$ y de la tensión $\bar{V}_s$



Solución

La tensión $\bar V$ señalada en la figura es:

$$\bar V = (1+R+j)\,\bar I_2 = (1+j)\,\bar I_1$$

Tomando los modulos

$$\sqrt{(1+R)^2+1^2}\,(3) = \sqrt{2}\,(5)$$

$$(1+R)^2+1^2 = \left(\sqrt{2}\,\frac{5}{3}\right)^2$$

$$(1+R)^2 = \frac{50}{9}-1$$

$$1+R = \sqrt{\frac{50}{9}-1}$$

$$R = \sqrt{\frac{50}{9}-1} - 1 = 1{,}1344\,\Omega$$

$\bar I_2 = 3A\angle 0\,rad$

$\bar I = \bar I_1 + \bar I_2 = 7{,}8873\,A\angle -0{,}2174\,rad$
$7{,}8873\angle -12{,}4585°$

$\bar V = 7{,}0711\angle 0{,}4381\,rad = 7{,}0711\angle 25{,}103°$

$\bar I_1 = \dfrac{\bar V}{2} = 5\,A\angle -0{,}3473\,rad = 5A\angle -19{,}8988°$

$\bar V_s = (1+j2\Omega)\,\bar I + \bar V = 24{,}1963V\angle 0{,}76189\,rad = 24{,}1963V\angle 43{,}649°$